平成31年度

特別奨学生入学試験問題
(Brilliant S)

数　　　学

注　　意

1　試験係員の指示があるまで，問題冊子と解答用紙に手をふれてはいけません。

2　解答用紙に受験番号を記入しなさい。

3　問題は**【問 1】**から**【問 4】**まであり，問題冊子の2 〜 9 ページに印刷されています。10 ページ以降に問題はありません。

4　問題冊子とは別に，解答用紙があります。**解答は，すべて解答用紙の** $\boxed{}$ **の中にかき入れなさい。**

5　分数で答えるときは，それ以上約分できない分数で答えなさい。
また，解答に $\sqrt{}$ を含む場合は，$\sqrt{}$ の中を最も小さい自然数にして答えなさい。

6　計算したり，図をかいたりすることが必要なときは，問題冊子のあいているところを使いなさい。

東京都市大学塩尻高等学校

【問 1】 各問いに答えなさい。

(1) 次の計算をしなさい。

① $4+(-7)$

② $\frac{2}{9}\times(-6)^2$

③ $\sqrt{2}(\sqrt{3}+\sqrt{12})$

④ $\frac{2x-y}{2}-\frac{x+8y}{6}$

(2) 二次方程式 $2x^2=5x-1$ を解きなさい。

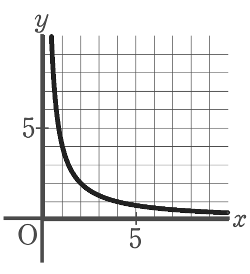
(3) $\frac{30}{2n+1}$ が整数となるような自然数 n は何個あるか，求めなさい。

(4) $a>b$，$ab<0$ である 2 つの整数 a，b がある。a，b を用いた計算の結果が，最も大きくなる式を，次の **ア～エ** から 1 つ選び，記号を書きなさい。

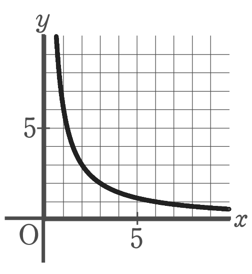
〔 **ア** $a+b$ **イ** $a-b$ **ウ** $-a-b$ **エ** $-a+b$ 〕

(5) 面積が 6 cm² である三角形の底辺の長さ x cm と高さ y cm の関係を表す正しいグラフを，次の **ア～エ** から 1 つ選び，記号を書きなさい。

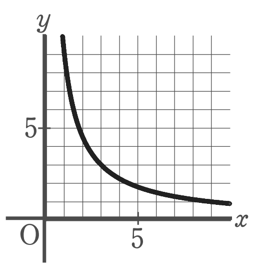
ア



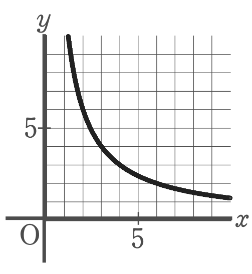
イ



ウ



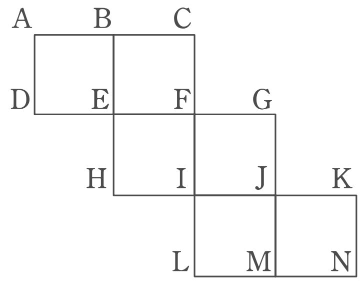
エ



(6) **図 1** は，立方体の展開図である。この展開図を組み立てて立方体を作ったとき，点 A と重なる点を，**図 1** の点 B ～ N から 1 つ選び，記号を書きなさい。また，平面 ADEB と平行な平面を，次の **ア**～**エ** から 1 つ選び，記号を書きなさい。

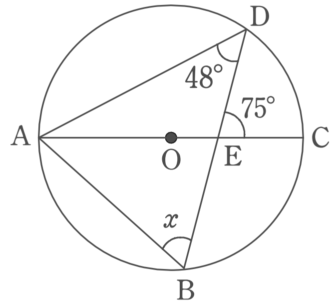
〔 **ア** 平面 EHIF　　**イ** 平面 FIJG
　 ウ 平面 ILMJ　　**エ** 平面 JMNK 〕

図 1



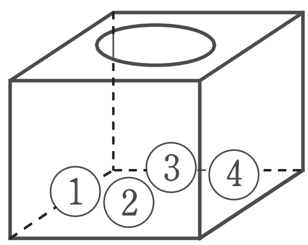
(7) **図 2** のように，4 つの点 A，B，C，D は，円 O の円周上にあり，線分 AC は円 O の直径である。また，線分 AC と線分 BD の交点を E とする。$\angle DEC = 75^\circ$，$\angle EDA = 48^\circ$ であるとき，$\angle x$ の大きさを求めなさい。

図 2



(8) **図 3** のように，箱の中に 1，2，3，4 の数字が 1 つずつ書かれた同じ大きさの玉が 4 個入っている。この箱の中の玉をよくかきまぜてから，1 個目を取り出して数字を調べ，それを箱の中にもどさずに，2 個目を取り出して数字を調べる。それら 2 個の玉に書かれた数の和について，奇数になる確率と偶数になる確率を比べたとき，どのようなことが言えるか，次の **ア**～**ウ** から正しいものを 1 つ選び，記号を書きなさい。また，それが正しいことの理由を，奇数になる確率と偶数になる確率をそれぞれ求め，値を示し比較して説明しなさい。ただし，どの玉が取り出されることも同様に確からしいとする。

図 3

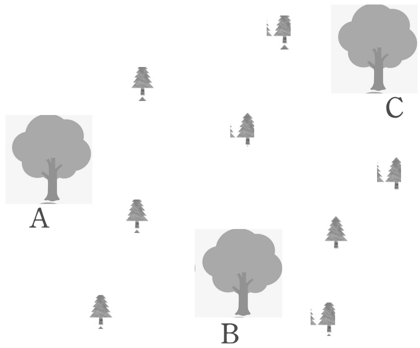


〔 **ア** 奇数になる確率が高い　**イ** 偶数になる確率が高い　**ウ** どちらの確率も同じ 〕

【問 2】 各問いに答えなさい。

(1) 翔平さんの中学校では，卒業記念行事として，未来の自分に向けたメッセージを入れたタイムカプセルを，学校の敷地内に埋めることにした。**図 1** は，敷地内の様子を表したものである。特定の 3 本の桜の木 A，B，C の位置を基準にして，**翔平さんたちの考え** をもとに埋める場所を決めた。

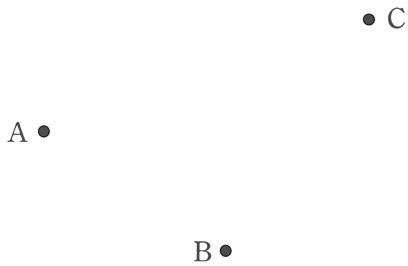
図 1



〔 **翔平さんたちの考え** 〕
タイムカプセルを埋める場所は，桜の木 A と C を結んだ直線上で，桜の木 B から最も近いところとする。

① **図 2** は，**図 1** の桜の木 A，B，C の位置を，点で表したものである。タイムカプセルを埋める場所を点 P とするとき，**図 2** に，点 P を，定規とコンパスを使って作図しなさい。ただし，点 P を表す文字 P も書き，作図に用いた線は消さないこと。

図 2



② 3 点 A，B，C について，2 点間の長さをそれぞれ測ったところ，AB = 6m，BC = 8m，CA = 10m であった。また，点 B は，線分 AC を直径とする円周上の点であった。このとき，BP の長さを求めなさい。

(2) 春香さんは，県外に住む祖父母の家に長野県のお土産を持って遊びに行くことにした。お土産は名産品の 7 種類の中から選ぶことにした。**リスト 1**，**リスト 2** は，それらを 1 個あたりの価格によって 2 つに分けたものである。ただし，消費税は考えないものとする。

〔 **リスト 1** 〕
○おやき … 200円
○五平餅 … 250円
○りんごパイ … 300円

〔 **リスト 2** 〕
○七味唐辛子 … 600円
○野沢菜漬け … 700円
○わさび漬け … 800円
○信州そば … 900円

① **リスト 1**，**リスト 2** から，それぞれ 1 つずつお土産を選ぶとき，価格の合計が 1000 円以下になる選び方は何通りあるか，求めなさい。

② 春香さんは，**リスト 1** から，5000 円分のお土産を買うことを考えた。おやきを x 個，五平餅を 6 個，りんごパイを y 個とし，全部で 20 個買うと，ちょうど 5000 円となった。x，y を求めるための連立方程式として正しいものを，次の **ア**～**エ** から 1 つ選び，記号を書きなさい。

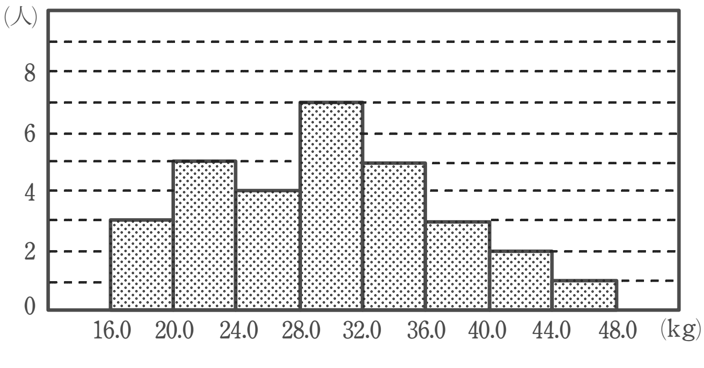
ア $\begin{cases} x + y = 20 \\ 200x + 300y = 5000 \end{cases}$　**イ** $\begin{cases} x + y = 20 \\ 200x + 300y = 3500 \end{cases}$

ウ $\begin{cases} x + y = 14 \\ 200x + 300y = 5000 \end{cases}$　**エ** $\begin{cases} x + y = 14 \\ 200x + 300y = 3500 \end{cases}$

③ 春香さんは，**リスト 2** から，5000 円分のお土産を買うことを考えた。**リスト 2** の 4 種類のお土産について，どのお土産も必ず 1 個以上買うとき，ちょうど 5000 円となる方法は全部で何通りあるか，求めなさい。

(3) **図 3** は，憲太さんのクラスの生徒 30 人について，握力を調べ，その結果をヒストグラムに表したものである。例えば，20.0 kg 以上 24.0 kg 未満の生徒の人数は 5 人であることがわかる。**表**は，調べた結果をもとに，最大値，最小値，中央値，平均値をまとめたものである。

図 3　生徒 30 人の握力の記録



表

最大値（kg）	44. 5
最小値（kg）	16. 1
中央値（kg）	28. 7
平均値（kg）	28. 8

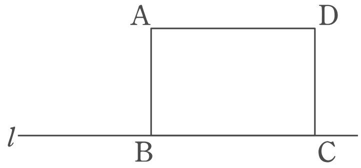
① **図 3**，**表** からわかることとして正しいものを，次の **ア**～**エ** からすべて選び，記号を書きなさい。

ア　生徒 30 人の記録の合計は，874.0 kg である。
イ　度数が最も多い階級に中央値がある。
ウ　最小値をふくむ階級の相対度数は 0.1 である。
エ　最大値をふくむ階級の度数は 3 人である。

② 憲太さんの記録は，29. 3 kg である。**表**から，憲太さんの記録はクラスの生徒 30 人の中で，握力の値が大きい方から 15 番以内に入っていると判断できる。そのように判断できる理由を，**表**の語句を使って説明しなさい。

【問 3】 **図 1** のように，平面上に AB = 10 cm，BC = 15 cm である長方形 ABCD の辺 BC を直線 l 上に固定した。そして，この直線 l 上に沿って，別に用意した長方形や三角形を一定の速度で動かす。

図 1



Ⅰ **図 2** のように，長方形 EFGH の辺 FG を直線 l 上に，頂点 G が頂点 B と重なるように置いた。その後，**図 3** のように，長方形 EFGH を直線 l に沿って矢印（ ⟹ ）の方向へ毎秒 1 cm の速さで動かし，頂点 F が頂点 C と重なるまで移動させる。

図 4 は，長方形 EFGH を動かし始めてから，x 秒後に長方形 ABCD と重なってできる部分の面積を y cm² とし，x と y の関係をグラフに表したものである。ただし，**図 2** のときは，$y = 0$ とする。

図 2

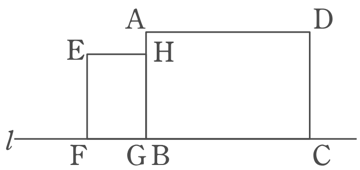


図 3

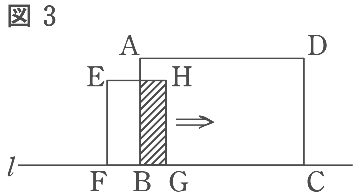
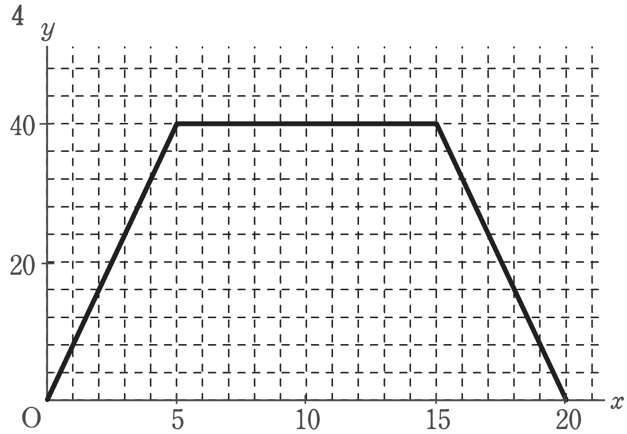


図 4



(1) 長方形 EFGH の頂点 G が頂点 C と重なるのは，動かし始めてから何秒後か，求めなさい。

(2) 長方形 EFGH の EF と FG の長さを，それぞれ求めなさい。

Ⅱ **図 5** のように， QR = 10 cm，∠PQR = ∠PRQ = 45° である △ PQR の辺 QR を直線 l 上に，頂点 R が頂点 B と重なるように置いた。**図 6**，**図 7** のように，△ PQR を直線 l に沿って矢印（ ⟹ ）の方向へ毎秒 1 cm の速さで動かし，頂点 Q が頂点 B と重なるまで移動させる。△ PQR を動かし始めてから，x 秒後に長方形 ABCD と重なってできる部分の面積を y cm² とする。ただし，**図 5** のときは， $y = 0$ とする。

図 5

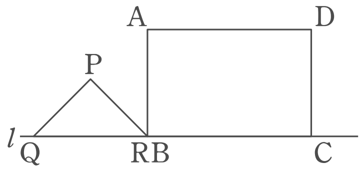
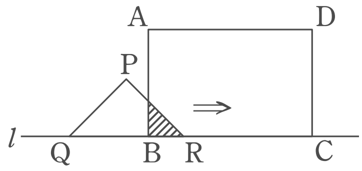


図 6

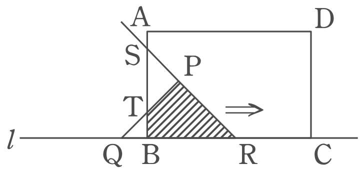


(1)　$x = 2$ のとき，y の値を求めなさい。

(2)　$0 \leqq x \leqq 5$ のとき，y を x の式で表しなさい。

(3)　**図 7** は，$5 \leqq x \leqq 10$ のとき，辺 RP の延長線と辺 AB との交点を S とし，辺 PQ と辺 AB との交点を T としたものである。このとき，長方形 ABCD と△ PQR の重なってできる四角形 PTBR の面積が 23 cm² となったときの時間を，次のように求めた。

図 7



〔 **求め方** 〕

図 7 において，△ SBR の面積と △PST の面積の差から，四角形 PTBR の面積を x を用いた式で表し，x の値を求める。

△ SBR の面積は $\boxed{\text{あ}}$ cm² となる。△ PQRの頂点 P から直線 l に垂線を引き，その交点を H とすると，BH の長さは $\boxed{\text{い}}$ cm である。このとき，△ PST の面積は $\boxed{\text{う}}$ cm² となる。

四角形 PTBR の面積が 23 cm² であるから，$\boxed{\text{あ}} - \boxed{\text{う}} = 23$ となる。

この方程式を解くと，

え

答　　　　秒後

①　$\boxed{\text{あ}}$ ～ $\boxed{\text{う}}$ に当てはまる式を x を用いて書きなさい。

②　$\boxed{\text{え}}$ に，x についての方程式と途中の過程を書き，時間を求めなさい。

【問 4】 各問いに答えなさい。

Ⅰ **図 1** のように，底面の半径が 3 cm の円錐がある。この円錐を，**図 2** のように，平面上で頂点 O を固定して，側面が平面上を滑らないように転がした。円錐は，ちょうど 5 回転して元の位置に戻った。

図 1

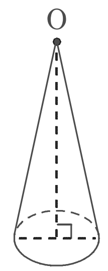
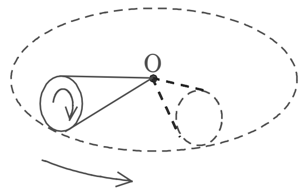


図 2

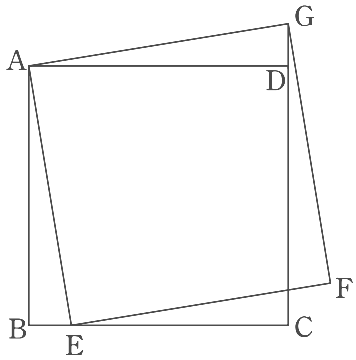


(1) この円錐の側面の展開図はおうぎ形になる。おうぎ形の中心角の大きさを求めなさい。

(2) この円錐の母線の長さを求めなさい。

Ⅱ **図 3** のように，AB = 6 cm の正方形 ABCD があり，辺 BC 上に点 E をとり，点 A と点 E を結ぶ。また，辺 AE を 1 辺とした正方形 AEFG をつくり，点 D と点 G を結ぶ。

図 3



(1) **図 3** において，△ ABE と △ ADG が合同であることを証明し，∠ ADG = 90° を証明した。

［**証明**］

△ ABE と △ ADG で，

△ ABE について，四角形 ABCD は正方形なので，∠ BAD = 90° より，

$\boxed{\text{あ}}$ = 90° − ∠EAD …… ①

△ ADG について，四角形 AEFG は正方形なので，∠ EAG = 90° より，

$\boxed{\text{い}}$ = 90° − ∠EAD …… ②

①，② より，$\boxed{\text{あ}}$ = $\boxed{\text{い}}$ …… ③

$\boxed{\quad\text{う}\quad}$

合同な三角形では，対応する角の大きさは等しいので，

∠ ABE = ∠ ADG = 90° である。

① $\boxed{\text{あ}}$, $\boxed{\text{い}}$ に当てはまる角を，次の **ア～カ** からそれぞれ 1 つ選び，記号を書きなさい。

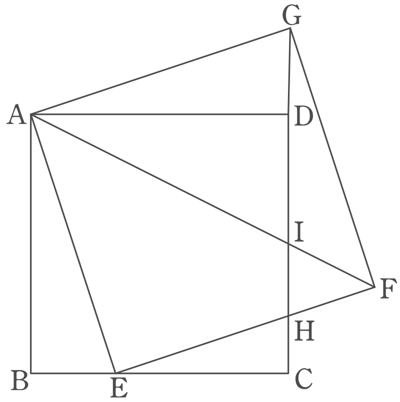
ア ∠ABE	**イ** ∠BEA	**ウ** ∠EAB
エ ∠ADG	**オ** ∠DGA	**カ** ∠GAD

② $\boxed{\text{う}}$ に合同であることの証明の続きを書き，〔 **証明** 〕を完成させなさい。ただし，〔 **証明** 〕の中の **①～③** で示されている関係を使う場合は，**①～③** の番号を用いてもよい。

(2) **図 4** は，**図 3** の図形で 辺 CD と辺 EF との交点を H とし，点 A と点 F を結び，AF と CD との交点を I としたものである。

BE = 2 cm としたとき，AE = $2\sqrt{10}$ cm となった。

図 4



① △ ABE と△ ECH の面積の比を，最も簡単な整数の比で表しなさい。

② DH の長さを求めなさい。

(3) **図 4** において，BE = 3 cm としたとき，AE = $3\sqrt{5}$ cm となった。

① DI = a cm とするとき，G I の長さを a を用いて表しなさい。

② △ IHF の面積を求めなさい。

これより先に問題はありません。

下書きなどが必要なときに，自由に使いなさい。